



# Prédicat d'existence et prédictivité d'un objet théorique en physique.

Michel Paty

## ► To cite this version:

Michel Paty. Prédicat d'existence et prédictivité d'un objet théorique en physique.. The status of existence of 'hidden' physical entities (atoms, elementary particles, etc.), Colloque de l'Institut de la méthode. Association F. Gonseth., Jun 1993, Biel-Bienne, Suisse. halshs-00167168

**HAL Id: halshs-00167168**

**<https://shs.hal.science/halshs-00167168>**

Submitted on 16 Aug 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*in The status of existence of 'hidden' physical entities (atoms, elementary particles, etc.), Colloque de l'Institut de la méthode. Association F. Gonseth, Biel-Bienne, 11-12 juin 1993. Texts for discussion (version préliminaire).*

## Prédicat d'existence et prédictivité d'un objet théorique en physique \*

Michel PATY \*\*

La question posée dans l'invitation à participer au Colloque sur "le statut d'existence d'entités physiques cachées" mentionnait plusieurs aspects sur lesquels nous étions invités à nous interroger. Il était suggéré, tout d'abord, d'envisager la question de l'*évidence expérimentale* pour une entité physique particulière (ce que j'appellerai un "objet physique", que ce soit une particule quantique, un courant neutre, etc.) sous l'un ou l'autre des points de vue de l'*étude historique* ou de la *reconstruction logique*.

Cette opposition correspond à une dichotomie de la philosophie et de l'histoire des sciences qui était - est encore souvent - de règle avec la philosophie analytique et une histoire ramenée à celle de paradigmes socialisés. Elle suscite, même dans une conception plus dynamique des rapports de la philosophie et de l'histoire<sup>1</sup>, une réflexion immédiate à propos du sujet qui nous occupe: l'existence d'un objet physique peut être, en effet, considérée sous l'angle de l'évolution des théories et des concepts ou sous l'angle structural. La comparaison des deux - non

---

\* Exposé invité-Invited talk, XI<sup>e</sup> Colloque International-XI<sup>th</sup> International Colloquium, "Le statut d'existence des entités physiques «cachées» (atomes, particules élémentaires, quarks, etc.)-The status of existence of «hidden» physical entities (atoms, elementary particles, quarks, etc.)", Association Ferdinand Gonseth, Institut de la Méthode, Bienne-Biel, Suisse, 11-12 juin 1993.

\* \* Equipe REHSEIS (UPR 318, CNRS) et Formation doctorale en Epistémologie et Histoire des Sciences, Université Paris-7-Denis-Diderot, 2, Place Jussieu, F-75251 PARIS Cedex 05 - FRANCE

<sup>1</sup> Paty (1990), chap. 4, et (1993a), chap. 1.

pas l'ignorance ou l'incompatibilité mutuelle - serait certainement instructive.

## 1. Evolutions

Le point de vue de l'étude historique s'appuie de fait sur la chose jugée, sur l'existence admise; l'objet se trouve là, et la question est de savoir de quelle manière cela s'est produit, dans l'espace des idées et des pratiques scientifiques. L'exactitude historique obligerait à le saisir - à tenter de le saisir - dans le moment même du passage de l'état où il n'existait pas pour la pensée à celui où son existence possible, puis effective, est posée, voire avérée.

L'histoire nous fait saisir, en quelque sorte, l'état des conditions avant, celui après, et, entre les deux, ce qui surgit, se présente, la *nouveauté*, l'objet physique auparavant impensé. L'histoire - conceptuelle - insisterait sur la nature de cet *impensé* qui prépare le surgissement - ou s'y oppose - de ce qui va être pensé et s'imposer. Sa difficulté sera de caractériser le point de rupture, s'il en est, que représente la nouveauté (conceptuelle) qui s'établit, avant même qu'elle ne soit établie (au sens d'évidente pour tous), dans le moment même où elle s'établit. Des exemples, seulement évoqués, aideront à se représenter ce que j'essaie de définir. Prenons le temps instantané des *Principia* de Newton, saisi dans sa singularité, qui permet l'expression de la loi du mouvement (laquelle fournit l'équation de la trajectoire en fonction du temps), cette loi que l'on appelle couramment causale parce qu'elle relie, comme une conséquence nécessaire, ce qui est à un instant donné à ce qui est à l'instant immédiatement suivant, grâce aux concepts du calcul différentiel et intégral. La plus grande nouveauté des *Principia* est peut-être cette pensée d'une grandeur temps instantané, singulière et pourtant relationnelle, quand le temps était alors conçu par tous, et par Newton lui-même, fondamentalement comme durée dans un flux continu<sup>2</sup>.

La trace du caractère de nouveauté radicale de ce concept fondateur de la mécanique et de son traitement analytique, nous la trouvons dans les difficultés que l'on décèle chez les frères Bernoulli (Jacques et Jean), chez Varignon, Euler, d'Alembert, à concevoir, du point de vue physique, ce qu'est un instant en lui-même et par rapport à l'instant d'après et sa différence,  $dt$ <sup>3</sup>, difficultés qui persisteront en fait pendant plus d'un demi siècle, et ne s'évanouiront définitivement qu'avec la *Mécanique analytique* de Lagrange.

Un autre exemple serait l'introduction, par Michael Faraday, du concept de champ à propagation de proche en proche à vitesse finie, dans un univers conceptuel où l'attraction à distance est instantanée. Introduction préparée, il est vrai, par la notion de propagation d'une fonction de potentiel (comme la pression continue d'un fluide), dont l'origine est tributaire de la pensée des

---

<sup>2</sup> Paty (1993, sous presse a).

<sup>3</sup> Paty (1993, sous presse b).

équations aux dérivées partielles, introduites et étudiées à ce propos par d'Alembert. La transformation de la physique, pensée selon les concepts de la mécanique, par l'introduction de ce corps étranger qu'était alors le champ - et qui est bien, d'ailleurs, une "entité physique" -, est le fruit d'une évolution qui passe par la théorie électromagnétique de Maxwell et aboutit à la relativité d'Einstein (restreinte, pour ce qui est de la modification des notions d'espace et de temps, générale, pour le lien entre ces dernières et la matière).

A quel moment une telle entité physique peut-elle être considérée comme existante et avérée ? au temps de Faraday, où le concept de champ électromagnétique est encore de nature seulement phénoménale, à celui de Maxwell, quand le concept cristallise toute une théorie et s'unifie, avec les expériences de Hertz, détectant les ondes propagées qui le rendent manifeste et vérifient la prédiction théorique, ou seulement avec la théorie d'Einstein qui, en rendant le support mécanique du champ inutile, donne au concept son assise pleine et entière ? L'étude de l'évolution historique du concept de champ électromagnétique et de sa théorie - aussi bien que celle d'autres cas - nous enseignerait sans doute que toute décision est approximation selon des conditions d'intelligibilité liées à un contexte : le statut du champ électromagnétique n'est pas le même au temps de Faraday, à celui de Maxwell, de Hertz ou d'Einstein : les contenus physiques correspondants sont différents, et la légitimation d'un prédicat d'existence ne peut être, considérée sur cette durée, que relative. Il a été légitime, à chacun de ces moments, d'énoncer l'existence du champ. Mais cette existence n'a pas la même signification dans ces différentes situations : elle est, au début, celle d'ébranlements ou vibrations d'un éther mécanique, et, à la fin, celle d'une entité physique se suffisant à elle-même et définie comme se propageant dans l'espace au cours du temps.

Le plus grand contenu de sens semble bien tenir à la place centrale du concept - de l'entité physique, ou de l'"objet" - dans le réseau des propositions théoriques. Le concept de champ passe, de la mécanique à la covariance relativiste, d'une situation marginale et d'un rôle somme toute auxiliaire à une fonction fondatrice : de l'un à l'autre, le poids du prédicat d'existence augmente. N'oublions pas, toutefois, que la pensée de la théorie physique elle-même a évolué ce faisant, et que les exigences qu'elle recouvre avec la covariance des équations de champ sont autres que celles de la physique théorique et analytique telle qu'on la concevait au début du dix-neuvième siècle. La nature même des concepts et des "entités physiques" s'est modifiée pour notre pensée, et avec elle ce que nous pouvons entendre par "prédicat d'existence".

Mon propos n'est pas d'analyser ici plus avant cet exemple, riche et instructif ; du moins nous aura-t-il donné une idée de l'ampleur de la perspective que peut ouvrir l'histoire sur la question posée : elle nous interdit, en tout cas, d'y répondre de manière simpliste. Une question s'emboîte sur d'autres, un aspect se reflète dans d'autres comme dans une série infinie de miroirs.

Mais peut-être les deux exemples sont-ils trop exceptionnels, portant

sur des entités ou grandeurs trop fondamentales, et doit-on raisonner aussi sur des objets plus particuliers, plus "concrets" ou apparemment plus "intuitifs" (toutes choses égales par ailleurs) comme, par exemple, des atomes ou des particules élémentaires. N'oublions pas, cependant, que des objets plus particuliers et spécifiques en supposent de plus généraux à leur soubassement : ceux que nous pourrions considérer ne manqueraient pas d'être tributaires de la notion de champ aussi bien que de celle de temps, et les réponses aux questions sur ceux-là de dépendre de la nature des interrogations sur ceux-ci. Laissons donc ces perspectives, retenant le caractère de *nouveauté* d'un objet physique lorsqu'il apparaît, prédit ou constaté, et les implications diverses de ce caractère sur notre manière de concevoir l'avant, le pendant et l'après de ce surgissement.

## 2. Structure

Quant à l'aspect structural, celui de la "reconstruction logique", il se pose lors du moment de la reconnaissance de l'objet, une fois son existence établie. La "reconstruction logique" qui s'effectue alors prend les "objets" et leurs concepts tels qu'ils se trouvent présents, en les ordonnant les uns aux autres de telle façon que leurs significations - c'est-à-dire leurs contenus physiques et la signification de ces derniers - se trouvent modifiées : c'est la structure qui gère le sens - et peut-être, jusqu'à un certain point, qui l'octroie.

Dans une telle reconstruction, on s'aperçoit mieux sans doute de ce qui fait le sens profond de la nouveauté de l'objet désigné - pour rester dans notre problème -, mais sa nouveauté elle-même est, en tant que telle, depuis longtemps éventée. Telle est peut-être la limite du point de vue seulement structural : nous n'avons pas résolu, suivant ce point de vue considéré unilatéralement, la question de la mise au jour d'une "existence" d'objet physique particulier. Tout au plus sera-t-on en mesure d'énoncer davantage d'attendus sur cette existence, et sur les caractères et propriétés admises de cet objet, de telle sorte que la mise en évidence, en rapport à l'expérience, de ces propriétés et de cet objet, acquière un poids et une signification particulière.

Nous rencontrons ici un aspect de la question de la signification physique d'un résultat expérimental: celle-ci est en fonction directe du système théorique - concepts et principes formant une structure - qui est proposé pour en donner l'intelligibilité. Nous le savons, par l'examen (historique) des variations de signification que prend un résultat d'expérience donné, au fil de l'évolution des explications théoriques dans lesquelles il est incorporé. (Voir, par exemple, les interprétations du résultat négatif de l'expérience de Michelson-Morley - absence de déplacement des franges d'interférence de l'interféromètre en mouvement -, aux trois étapes théoriques de l'éther optique - Fresnel versus Stokes -, de la théorie électromagnétique de Lorentz - contraction des longueurs -, et de la Relativité restreinte d'Einstein - une évidence parmi d'autres en faveur de l'énoncé du

principe de relativité)<sup>4</sup>. Le poids donné au résultat expérimental dans les jugements sur la validité de la théorie concernée est directement fonction des caractères propres à ces "structures".

Parlant de "structures" (de "reconstructions logiques") et de contenu ou signification (physiques) des propositions, nous retrouvons, en filigrane, la question de l'évolution (des concepts, des théories), du rapport entre ces structures entre elles, qui peuvent être incommensurables, ou du moins discontinues dans la série qui les fait se succéder dans nos représentations, et du rapport entre les significations variées d'un même concept ou ensemble de concepts d'une structure à une autre différente. En général, un fait expérimental avéré demeure, au travers de telles évolutions. C'est son sens qui varie<sup>5</sup>. Les concepts s'élaborent progressivement sur lui (ou plus exactement, car le pluriel a ici son importance, sur de tels résultats): au travers de ce ou ces résultats, et de leur permanence d'une structure théorique à une autre, les concepts ou les énoncés scientifiques en succession se nourrissent les uns les autres : les contenus se transforment, tout en maintenant d'un état à un autre des termes de comparaison. N'évoquons que quelques exemples: le principe de relativité, la constance de la vitesse de la lumière dans le vide indépendamment du mouvement de sa source, la discontinuité de l'énergie dans le rayonnement, la dualité onde-corpuscule, etc. On remarque que les résultats correspondants à ces énoncés ne sont pas seulement empiriques ou observationnels, puisqu'ils sont désignés en des termes "théoriques minimaux", c'est-à-dire ne faisant appel qu'à des notions théoriques élémentaires, supposées définitivement acquises, et dont la signification directe transcende les théories particulières.

A la structure se rapporte la question de la cohérence, rationnelle, et de la plus grande cohérence que permet l'énoncé d'existence d'une entité physique telle que nous la considérons ici: nous y reviendrons.

On observera que la "dualité" de points de vue possibles, celui de l'évolution des concepts et des théories, d'une part, celui de leur reconstruction logique, d'autre part, ne nous permet pas, si nous l'envisageons comme une dichotomie, d'appréhender la question proposée: il faut, à quelque degré, tenir ces deux points de vue ensemble, ou du moins tenir compte des indications essentielles de chacun d'eux.

La nature de l'argumentation qui conduit à l'énoncé d'existence, l'effectivité de cet énoncé (c'est-à-dire ce qu'il apporte de plus aux connaissances acquises), sont d'autres aspects de la "question au concours". Ils concernent la prédictivité, la cohérence rationnelle et le surcroît de cohérence que nous venons de mentionner, ainsi, évidemment, que le rôle exact de l'expérience, ou des expériences qui servent à contrôler cette prédictivité et cette cohérence. C'est à ces aspects que nous allons nous attacher maintenant: l'on verra, chemin faisant, qu'ils

---

4 Paty (1992b).

5 Paty (1992a).

ont directement à voir avec les précédents, relatifs à l'évolution et à la structure.

Nous examinerons, tout d'abord, ce qu'est la prédiction théorique d'un objet ou d'un phénomène physique nouveau, en relation aux énoncés théoriques sur lesquels cette prédiction s'appuie: quelle est la nature des relations mathématiques en jeu (simple déduction ou création de formalisme ?), y a-t-il un ajout d'énoncés physiques (par exemple, d'hypothèses ou de principes), quelle est la nature exacte de l'"entraînement" par la forme théorique qui conduit à formuler une prédiction ? Ces questions, qui portent en filigrane une conception de la "vérité", tant des propositions mathématiques que des énoncés de la physique - les deux distincts en nature mais non pas sans lien -, renvoient, plus généralement, au problème de l'interprétation physique d'un formalisme théorique. Des réponses à ces interrogations dépend la nature de la légitimation finale du prédicat d'existence: est-elle déjà acquise *a priori*, et ne fait-elle que ratifier un trait déjà présent implicitement dans la théorie, ou ne l'est-elle qu'*a posteriori* (par le résultat d'expérience), intervenant alors seulement dans la modification ou la construction de la théorie ?

### 3. Prédications théoriques, relations mathématiques et énoncés physiques

Nous pouvons proposer d'emblée que la prédictivité est la marque par excellence, parmi les caractères de la connaissance scientifique, de la mathématisation. C'est, du moins, ce que nous constatons. Les moins prédictives des connaissances sont celles qui sont le plus éloignées de l'utilisation des mathématiques (par exemple l'histoire, qui appartient aux sciences humaines, est impuissante à prédire le futur). On nuancera cependant ce jugement en considérant des prédictions locales possibles: en histoire, relativement au passé, le rapprochement de faits peut aider à prédire un chaînon manquant des événements et des causes. Ou encore, en paléontologie, l'on peut, considérant un ensemble de données, en inférer l'existence d'un élément inconnu, qui se révèle quelque temps plus tard être effectif (tel caractère morphologique d'une espèce fossile peut être prédit à partir de la forme d'une dent). De même, dans les classifications des naturalistes, ou dans les hypothèses des géologues (voir l'émergence de la tectonique des plaques), ainsi que dans d'autres sciences où les mathématiques n'interviennent pas directement. On remarquera cependant que, dans de tels exemples, c'est le faisceau serré des raisonnements et de la cohérence des faits qui fait la possibilité de prédire - parfois presque à coup sûr. C'est aussi le cas de séries de raisonnements de la vie courante: et c'est peut-être que la raison, dans l'enchaînement de ses énoncés, est structurée comme les mathématiques.

Nul, en tout cas, ne dénierait que les sciences dont l'objet est décrit par des grandeurs quantitatives, et dont l'utilisation des mathématiques est pour cette raison constitutive, sont les sciences où la prédictivité est un effet constant, au

point d'être institué en critère de méthode et de jugement. Leurs prédictions sont quantitatives et précises, et la correspondance entre cette précision et celle des observations et des mesures sur des "objets" (terme général qui désigne aussi bien les phénomènes) physiques permet d'affecter les jugements portant sur la prédictivité des qualificatifs d'exactitude et même de vérité (ou, au contraire, d'inexactitude et de fausseté). Nous aurons cependant à préciser la nature de ces qualifications, et la source à laquelle il faut les attribuer (absolues ou relatives, portant sur les mathématiques ou sur les propositions physiques fondamentales).

Quelle est donc la nature de cette prédictivité ? Le terme "prédiction" lui-même, utilisé depuis la plus haute antiquité, ne suffit pas à indiquer le lien de la prédiction à la mathématisation, ni même à la procédure d'une connaissance scientifique. "Si prévision et prédiction égalent science", remarquait Alexandre Koyré, "rien n'est plus scientifique que l'astronomie babylonienne"<sup>6</sup>. Mais, fait-il remarquer, "ce sont les Grecs qui, pour la première fois, ont conçu et formé l'exigence intellectuelle du savoir théorique: *sauver les phénomènes*, c'est-à-dire formuler une théorie explicative du donné observable; quelque chose que les Babyloniens n'ont jamais fait". Selon Koyré, d'ailleurs, "sauver les phénomènes", ce n'est pas seulement les relier par un calcul, et donner le moyen de prévoir<sup>7</sup>, mais "révéler la réalité sous-jacente", c'est-à-dire, "sous le désordre apparent du donné immédiat, une unité réelle, ordonnée et intelligible".

En physique mathématisée, on peut distinguer deux sortes de "prédictions": celle qui résulte de la "loi causale" (loi exprimée par une équation différentielle en fonction du temps qui rattache, à un événement produit au temps  $t$  donné, l'événement produit à un temps  $t'$  quelconque, dont l'achétype est la loi de Newton de la gravitation), et qui est pure déduction mathématique de l'équation; et celle qui correspond à un prédicat d'existence, de nature "qualitative", d'un objet physique différent des données de départ (par exemple, l'existence d'une planète perturbatrice inconnue, Neptune, inférée d'une propriété phénoménale relative à une loi de mouvement - les irrégularités de la trajectoire d'une planète donnée, Uranus, qui diffèrent de la loi calculée -, ou encore l'existence d'une particule nouvelle comme le neutrino, ou celle des quarks à l'intérieur du proton, ou celle supposée de tel trou noir...).

C'est évidemment le second type de prédiction qui nous intéresse ici. On peut, cependant, se demander s'il existe une différence entre les deux situations. Car, après tout, la trajectoire, dans tels exemples du second cas, est donnée par les "ingrédients" qu'on y place (sources du champ de gravitation, lagrangien, etc.) et, pour une théorie véritablement englobante et déductive, les "ingrédients" doivent être inclus au moins de manière implicite (c'est-à-dire par des propriétés indirectes qui ramènent à eux), de telle sorte que le prédicat

<sup>6</sup> Koyré (1973), p. 89.

<sup>7</sup> Selon l'acception 'positiviste' qu'en a donné Pierre Duhem, par exemple (Duhem 19??, 19??). Rappelons la formule d'Auguste Comte sur la science: 'Connaître pour prévoir, prévoir pour agir'.



d'existence sur l'un d'eux découle de l'énoncé même de la théorie. Se pose alors le problème de savoir si ce prédicat correspond à un terme réel: la prédiction doit être testée. Telle la courbure des rayons lumineux au voisinage des grandes masses ou le retard des horloges dans un champ de gravitation, impliqués par la théorie de la relativité générale. A moins que cette prédiction ne corresponde précisément à une propriété observée connue auparavant: tel le cas de l'avance séculaire du périhélie de Mercure, qui résulte directement des équations de la Relativité générale.

L'on se demandera alors ce que signifie le fait qu'il est cependant nécessaire de tester, si la théorie admise comportait déjà, implicitement ou non, la propriété considérée, le prédicat d'existence. Si la théorie est vraiment nouvelle, le test est un élément qui nous assure de sa validité - ou plutôt de sa non-fausseté - à cet égard. Si elle est déjà admise, il s'agit plutôt d'un test de cohérence sur une propriété vérifiable. Sa possibilité, ou sa nécessité, a à voir avec l'interprétation de la théorie et du caractère physique de ses énoncés. Le "temps local" de la théorie électrodynamique de Lorentz, considéré par son auteur comme une grandeur simplement auxiliaire et non physique<sup>8</sup>, apparaît dans la théorie de la relativité restreinte d'Einstein comme tout autant physique que le temps dans un système de référence en repos<sup>9</sup>. Le ralentissement des horloges dans un système en mouvement relatif par rapport à un système considéré en repos est une prédiction permanente de la théorie, qui n'est pas obtenue comme une réinterprétation de la théorie de Lorentz<sup>10</sup>, mais par construction dans la théorie d'Einstein dont l'architecture est différente<sup>11</sup>. Le caractère "qualitatif" de cette prédiction n'est tel que de manière subjective, pour qui se trouve devant la théorie considérée comme nouvelle, au moment de sa présentation, et avait été habitué à une autre conception du temps physique. Pour qui admet la théorie, la prédiction n'est plus, au contraire, que de routine : elle n'ajoute rien aux propositions de la théorie telle qu'elle est constituée. L'interprétation de ce caractère physique du temps local est, en effet, contenue dans la formulation de la théorie même, comme le montre l'article d'Einstein de 1905, avec sa "déduction des formules de transformation", et son "interprétation physique" de ces mêmes formules, qui découle de la procédure de construction des grandeurs physiques (l'espace et le temps) qui sont l'objet de la transformation<sup>12</sup>.

Le deuxième cas dont nous parlons plus haut correspond, au contraire, à une prédiction qui n'est pas directement déduite, qui demande une proposition supplémentaire. A quoi correspond, dans la procédure théorique, cette augmentation ? Est-elle une proposition mathématique, qui se surimpose à la

<sup>8</sup> Lorentz (1904); cf. Paty (1993a), chap. 2 à 4.

<sup>9</sup> Einstein (1905).

<sup>10</sup> Contrairement à ce qu'en dit Heisenberg (1955), p. 15.

<sup>11</sup> Paty (1993a).

<sup>12</sup> Einstein (1905). Voir Paty (1993a), chapitre 4.

formalisation existante, ou une proposition physique, et, dans ce cas, de quelle nature ? Modèle ? Principe ? Simple exigence de cohérence ? Par exemple, la prédiction de l'existence du neutrino selon Pauli et Fermi est impliquée par la conservation de l'énergie et du spin, dans la mesure où il s'agit alors seulement d'assurer, pour un phénomène physique nouveau (la désintégration  $\beta$ ), la validité de ce principe<sup>13</sup>.

#### 4. Existence et propriété

##### *Remarques sur l'"indiscernabilité" des particules quantiques*

"Le mot exister", écrivait Henri Poincaré à propos de l'existence en mathématiques, "ne peut avoir qu'un sens, il signifie exempt de contradiction". Une telle position serait jugée formaliste par certains, comme Emile Borel : était formaliste, aux yeux de ce dernier, celui qui identifie le vrai avec le non-contradictoire et parle d'existence sans exiger qu'il y corresponde un sens concret. Il lui opposait l'empiriste (en logique et en mathématiques), qui exige "que l'on explicite le sens concret des propositions purement existentielles telles que 'il existe' ou 'il n'existe pas'". L'empiriste, estimait-il, pourra, dans cette direction, aller jusqu'à s'affranchir des règles formelles de la logique<sup>14</sup>. L'opposition du formaliste et de l'empiriste, même en mathématiques, n'est pas conçue de la même façon par tous : aussi bien Poincaré lui-même était-il fort éloigné de se considérer comme formaliste en mathématiques, et ne l'était en effet nullement, son intuitionnisme le faisant s'opposer au formalisme au sens strict (on peut considérer, par ailleurs, qu'il était empiriste en ce qui concerne la physique).

Cette diversité d'interprétations se manifeste de manière frappante dans le jeu plus complexe encore du formalisme et de l'empirisme en physique. Considérons un cas de "prédiction de propriétés" (en l'occurrence, l'existence d'une classe d'objets ayant une certaine propriété) qui s'avère susceptible de fournir un autre éclairage, au-delà du simplement formel ou de l'empirisme au sens de la logique évoqué par Borel, sur la pluralité *a priori* possible des sens à attacher à un prédicat d'existence. Ce cas, bien connu, est celui de l'"indiscernabilité" des particules identiques.

On sait que l'"indiscernabilité" des particules quantiques est de fait au fondement même de la théorie quantique, dès ses débuts (elle est la vraie raison du comptage particulier de Planck pour l'énergie des cellules d'un résonateur, différent de celui de Boltzmann pour la physique des gaz), puis lors de son passage à la mécanique quantique (à propos de la statistique de Bose-Einstein, qui apparaît liée à la notion d'onde de matière), et comme explication théorique du

<sup>13</sup> Paty (1988), chapitre 9.

<sup>14</sup> Borel (1950).

principe d'exclusion de Pauli (ramené aux caractères de la statistique de Fermi-Dirac)<sup>15</sup>.

L'indiscernabilité, mise ainsi au jour, n'est pas un concept de nouvelle particule, mais un concept de "type" sur des particules, portant sur une propriété d'un ensemble de particules, ensemble suffisamment général pour recouvrir tout le domaine quantique. Ce concept caractérise toute particule, connue ou inconnue, considérée au niveau quantique, et dont la nature (la "génidentité", pour reprendre une dénomination proposée par Reichenbach) est déterminée par les grandeurs physique de masse, de spin, de charge, etc.. Ces grandeurs suffisent à caractériser les particules par leur état, et il n'est pas possible de distinguer ces dernières autrement (par exemple, en les affectant d'un numéro d'identification, qu'elles garderaient dans le cours de leur évolution : plusieurs électrons ou photons dans un état donné, chacun ayant un identité propre). C'est l'état qui définit l'identité, quelque soit le nombre des individus, par ailleurs pensables individuellement. Le concept d'indiscernabilité fait toute la différence entre les particules quantiques et celles que la physique classique et la mécanique suffisent à décrire.

Parmi les solutions auxquelles on peut *a priori* penser pour rendre compte d'une telle propriété, nous en considérerons deux, l'une de nature purement formelle et logique, l'autre de nature conceptuelle.

Considérons la première. On peut songer à faire de l'indiscernabilité une question purement logico-mathématique, déterminant le cadre de raisonnement formel dans lequel la physique effectue ses désignations conceptuelles et théoriques. On décréterait la suppression de la relation (logique) qui signifie l'identité entre des objets de pensée, en proposant, par exemple, une extension de la théorie des ensemble aux termes de laquelle les éléments d'un ensemble ne seraient plus, désormais, soumis à la définition usuelle de l'identité<sup>16</sup>. L'on serait alors conduit, cependant, à l'alternative suivante : soit faire usage d'une logique mathématique particulière pour ce cas tout en gardant celle classiquement admise pour le reste, ce qui demanderait justification et renverrait, en fin de compte, à la nature physique du problème ; soit à reconstruire l'ensemble de la logique et des mathématiques sur cette nouvelle base, ce qui n'est évidemment pas une solution très économique.

La seconde direction de pensée est celle qui prend le point de vue des concepts de la physique. L'on peut s'interroger sur la notion d'identité individuelle qui caractérise habituellement les systèmes physiques, les états de ces systèmes, et dont on pouvait penser, jusqu'en 1924<sup>17</sup>, qu'elle était universelle et caractérisait aussi les particules quantiques élémentaires. Avec l'élucidation finale par Dirac du caractère général de l'indiscernabilité des états quantiques identiques, celle-ci apparut comme une propriété, correspondant à un trait des lois de la nature et

<sup>15</sup> Paty (1988), chap 6, (1993b) et (à paraître); Darrigol (1990).

<sup>16</sup> Krause, French (1993).

<sup>17</sup> Année de la publication des travaux de Bose et Einstein, et du premier travail de Schrödinger préparatoire de sa mécanique ondulatoire. Cf. Paty (1993b).

donc phénoménale, bien rendue par la théorie, la mécanique quantique. L'absence d'identité propre pour des particules indiscernables pouvait dès lors être énoncée comme une propriété d'existence de nature à la fois formelle et empirique. Dans ce sens, Paul Langevin appelait à reconsidérer notre manière commune de concevoir la notion de particule<sup>18</sup>, en supprimant la notion d'identité individuelle au niveau quantique. De son côté, Hans Reichenbach parlait de "génidentité" pour désigner cette restriction de l'identité des particules quantiques à leurs seuls caractères génériques, lorsqu'on les décrit dans l'ordre temporel ; il concevait, cependant, cette "génidentité", comme fonctionnelle et non comme matérielle, et la propriété d'existence qu'elle exprime devrait alors être considérée comme étant de nature formelle<sup>19</sup>.

Face à l'état de chose que représente l'indiscernabilité des particules identiques, le "gros sel du bon sens", c'est-à-dire l'adoption d'une position minimale du point de vue théorique et métathéorique, nous ferait remarquer, avant toute autre considération ou tentative d'interprétation, que les éléments conceptuels dont nous disposons théoriquement pour décrire de tels "objets" se ramènent aux seules grandeurs qui les désignent effectivement (masse, spin, charge, autres nombres quantiques, etc.). Considérés au sein d'un système donné (par exemple localisés dans un atome), les objets qui seraient décrits par des valeurs identiques de ces grandeurs (par exemple deux électrons) seraient strictement équivalents - rien ne les distinguerait les uns des autres -, et donc permutable. (C'est pourquoi la propriété d'antisymétrie de leur fonction d'état entraîne l'impossibilité que deux fermions - par exemple, deux électrons, ou deux nucléons, protons ou neutrons - se trouvent dans le même état quantique, au sein d'un même système : sans quoi la fonction d'état serait nulle. Telle est l'explication du principe d'exclusion). De tels objets sont donc, selon la description quantique, équivalents même si l'on peut les dénombrer (par exemple, tant de photons dans tel état défini): telle est exactement l'indiscernabilité, avérée par les phénomènes et dont la théorie (la mécanique quantique) rend par ailleurs parfaitement compte, donnant l'explication des propriétés du rayonnement du corps noir, de celles des gaz monoatomiques avec la statistique de Bose-Einstein, et du principe d'exclusion de Pauli par la statistique de Fermi-Dirac.

Nous pouvons interpréter ce recouvrement de la propriété (l'équivalence des particules de mêmes caractéristiques, se trouvant dans le même état au sein d'un système, et que l'on peut dénombrer mais que rien ne distingue) et de la description théorique comme une sorte d'"enserrement" étroit du concept (de particule) par la théorie. Au lieu de la voir comme un "manque", comme nous y sommes naturellement enclins par l'intuition commune que nous avons de la notion de "particule", tirée de l'expérience immédiate des corps de notre environnement comme de notre habitude de la physique classique, ne devrions-

---

<sup>18</sup> Langevin (1933). Cf. Paty (1988), chapitre 6.

<sup>19</sup> Reichenbach (1956).

nous pas considérer que rien ne nous autorise à penser, au sujet de tels objets, à des propriétés que la théorie ne désigne pas ? Dans la description des particules par la mécanique et la physique classique<sup>20</sup>, au contraire, l'on ajoute mentalement aux caractères qui désignent une particule une identité - comme on numérote des billes - qui la distingue parmi ses semblables. Mais c'est que la physique classique (et la mécanique) traite de tels objets en les prenant comme donnés. Elle fournit, par exemple, l'équation du mouvement d'une particule douée de masse et chargée, et l'on suppose toujours - explicitement ou non - qu'en plus de ses caractéristiques nommément désignées par des grandeurs physiques (de nature théorique), cet objet possède une aséité, qui n'est pas désignée par une grandeur théorique, mais qui va de soi (projectile identifiable, pierre que l'on a tenu dans la main avant de la lancer, ou corps céleste particulier et dénommé, comme la Lune, ou la comète de Halley). La théorie physique classique ne se propose d'ailleurs pas comme une théorie de cette particule, mais comme une théorie de ce qui lui advient et de certaines de ses propriétés : la notion même de particule comme individu identifiable est extérieure à la théorie classique, qui la prend comme un donné, et qui est conçue pour décrire le comportement de tels objets.

Cette notion au contenu non-dit et non théorisé est, en somme, en rapport à la physique classique, de l'ordre de la substance. C'est d'ailleurs de l'exploration de la "nature intime" des corps matériels que la physique quantique est née : de la "substance", en chemin, s'est perdue, à savoir l'identification des indiscernables. Le dépouillement de cette propriété substantielle n'est pas sans rappeler l'élimination de l'éther dans la théorie du champ électromagnétique modifiée par la cinématique relativiste<sup>21</sup>.

Si nous nous en tenons à considérer ce que la théorie quantique indique, l'objet qu'elle décrit n'est d'ailleurs pas exactement une particule : il n'en a qu'une part des propriétés, comme il n'a qu'une part de celles d'une onde, et ne les exhibe que sous certaines conditions. Il n'est donc à proprement parler ni particule ni onde: pour désigner cet objet aux propriétés "inédites", il est devenu usuel de parler de "quanton"<sup>22</sup>. Il n'est nul besoin d'invoquer une philosophie adaptée sur mesure (comme la complémentarité de Bohr) pour considérer que la mécanique quantique (et la théorie quantique des champs) décrit des objets physiques qui sont des quantons, lesquels peuvent être, sous certaines approximations, rapprochés des propriétés des particules et de celles des ondes au sens classique ou de l'intuition commune. (En particulier, lorsqu'on veut les capter à l'aide d'un appareil à détecter des corpuscules, ou d'un appareil à détecter des ondes, ils veulent bien se laisser prendre comme tels, tout en perdant une partie de leurs caractéristique propres: et n'est-ce pas dans ce sens que l'on devrait entendre l'expression "réduction"?).

---

<sup>20</sup> La mécanique ne suffit pas à elle seule à caractériser une particule : l'électromagnétisme, par exemple, intervient pour la définition de la charge électrique.

<sup>21</sup> Einstein (1905). Cf. Paty (1993a).

<sup>22</sup> Bunge (1973).

L'entité théorique qui décrit le quanton (ou, d'une manière générale, le système quantique considéré) est la fonction  $\psi$  de la mécanique quantique (ou le champ quantifié, en théorie quantique des champs). Si elle ne définit aucune *identité* du système autre que les grandeurs qu'elle implique (et, par là, ne nous autorise pas à concevoir que ce système soit *discernable* d'autres qui sont en tout point identiques), elle définit cependant, dans les limites de cette identité même, une individualité, puisqu'elle est description de systèmes individuels et non pas seulement d'ensembles de systèmes. Il importe de distinguer, comme la physique quantique nous y oblige, les deux notions, que la vie courante et la physique classique confondent, d'individualité et de discernabilité pour des systèmes (particules, quantons) identiques. Les systèmes quantiques sont individués (donc dénombrables) mais non distinguables (ou numérotables).

Concluons, pour reprendre le parallèle évoqué plus haut, que, tout comme le concept de champ (au sens classique) s'est avéré se suffire à lui-même, sans support du type d'un éther mécanique, de même celui de quanton (ou de système quantique, ou de champ quantifié) se suffit lui aussi à lui-même, sans substance discernable, ondulatoire ou corpusculaire, sous-jacente, sans projection ou réduction sur des concepts extérieurs à la théorie et que rien ne justifie physiquement, et donc inutiles.

L'indiscernabilité des systèmes individuels identiques est un prédicat de propriété générale qui conditionne les prédicats particuliers d'existence. On pourrait se poser, à propos de ce prédicat *de propriété*, des questions analogues à celles posées plus haut sur le prédicat *d'existence* ; la nature des questions ou des réponses possibles ne serait pas fondamentalement différente.

## 5. La vérité en mathématiques et la physique

Dans son livre, *Mathematics in western culture*, Morris Kline considère que, les mathématiques étant aujourd'hui libérées de toute portée ontologique (par exemple, relativement au monde physique), et aucune géométrie ni aucune algèbre ne pouvant se dire vraie (dans ce sens), les mathématiques se voient transformées en pure création, et soulagées de l'obligation de devoir produire des vérités ("from the bondage of producing truths")<sup>23</sup>. Cette expression me paraît discutable car, dans l'espace propre des mathématiques, ces dernières produisent bien des vérités: mais ce sont simplement des "vérités mathématiques". Elles sont relatives aux axiomes et aux définitions choisis comme point de départ : ceux-ci, certes, sont simplement "posés", et n'ont pas en eux-mêmes de valeur de vérité autre que leur cohérence entre eux. Ces axiomes constituent la référence de la vérité des propositions: les propositions doivent être consistantes avec les axiomes, elles seront vraies en considération des axiomes (vérité *modulo* les

23

Kline (1964), éd. 1964, p. 466.

axiomes).

La notion de vérité mathématique apparaît claire, ainsi conçue, si l'on considère les propositions des mathématiques comme relatives à des "objets" - des "objets mathématiques", qui sont de nature formelle, ces objets étant représentés par les symboles eux-mêmes. Cette considération n'oblige pas pour autant à se restreindre à la conception formaliste (Hilbert) qui, nous le savons depuis Gödel, n'épuise pas la question de la nature de ces "contenus formels"<sup>24</sup>. La vérité mathématique persiste encore si la notion d'"objet mathématique" est dissoute en pure opérationalité, dans une conception de type intuitionniste, opératoire, selon laquelle il n'y aurait pas d'"objets mathématiques", mais seulement des opérations du raisonnement mathématique (voir, avec des différences, Brouwer, Poincaré, Hermann Weyl), ce qui n'empêche pas de concevoir une sorte de "réalité mathématique" comme soubassement de la consistance des propositions mathématiques. Nous tenterons de la justifier - sommairement - dans les deux cas. Quant à la conception logiciste, qui fonde les mathématiques sur la pure logique, elle en fait mathématiques une pure forme, sans contenu. Mais nous ne la retiendrons pas ici, son intérêt (avec les *Principia mathematica* de Russell et Whitehead) étant d'avoir permis d'importants développements de la logique mathématique, mais non des mathématiques elles-mêmes.

L'opposition à la notion d'"objet mathématique", motivée par le refus d'une position platonicienne, fait voir dans les mathématiques une "science des relations et des structures" par opposition à une science des entités idéales<sup>25</sup>. Cette conception invaliderait désormais - depuis le dix septième siècle - une *réalité idéale* des objets mathématiques.

On fera toutefois remarquer que, du point de vue historique, la conception d'une réalité idéale se trouve encore présente chez Newton, dans un sens qui n'est pas très éloigné du sens traditionnel (ce qui n'a rien d'étonnant, si l'on considère ses tendances neo-platoniciennes, partagées avec Henry Moore et Isaac Barrow): voir sa conception des grandeurs vraies, absolues, mathématiques, par opposition aux grandeurs apparentes, relatives, sensibles<sup>26</sup>. Cette conception accompagne sa mathématisation de la science du mouvement et de la théorie de la gravitation, et la forme particulière de géométrie qu'il construit à cet effet dans les *Principia*, imprégnée des conceptions de son calcul des fluxions<sup>27</sup>. Il est vrai que la conception génétique de l'origine des connaissances (opposée à l'innéisme cartésien, aussi bien qu'à l'idéalisme platonicien) issue de Locke a contribué à transformer la manière de considérer la nature du rapport des mathématiques à la physique. Mais un d'Alembert, par exemple, qui se situe dans cette lignée (sa

---

<sup>24</sup> L'expression de "contenus formels" est de G. Granger (1982).

<sup>25</sup> Funkenstein (1986), p. 297; Tuchanska (1993).

<sup>26</sup> Newton (1687).

<sup>27</sup> Paty (sous presse a).

philosophie de la connaissance est très tributaire de Locke et de Condillac), conçoit que les grandeurs mathématiques ont, du moins pour certaines d'entre elles, tout idéelles (et idéales) soit-elles, un certain degré de "réalité". C'est d'une réalité en tant qu'être mathématique qu'il s'agit, dans un sens certes particulier, mais qui tient à la demande d'intelligibilité propre à cet auteur. La notion de limite est, pour d'Alembert, une réalité mathématique dans la mesure où on peut la concevoir directement et en s'en faisant une idée nette : elle est opératoire (par la procédure de passage à la limite en géométrie) et objectale (en ce qu'elle peut être mise en correspondance avec une grandeur définie)<sup>28</sup>. De telles notions "réelles" sont la référence des autres notions mathématiques qui ne sont qu'opératoires (et de fait, pour d'Alembert, non objectales), comme les quantités différentielles, considérées comme symbolisme commode: celles-ci ne tiennent leur sens, selon lui, que de la limite qui est le rapport de deux d'entre elles.

Cette acception de la "réalité mathématique" est plus limitative que ce que les mathématiciens actuels entendent par là, admettant que les mathématiques sont libres de créer des notions et les règles que ces dernières doivent suivre, et que le jeu en est aussi bien sous-tendu, à leurs yeux, par une "réalité". (On admet, par exemple, que les grandeurs différentielles ne sont, pour ainsi dire, pas seulement opératoires mais objectales, et la notion d'infini elle-même a acquis droit de cité en mathématiques à ce dernier titre). Mais l'idée de fond reste la même : c'est celle de référence. Les propositions mathématiques sont rapportées à cette "réalité" particulière qui les sous-tend et qui est de nature seulement mathématique : à la différence de d'Alembert, peut-on dire, et par cela plus proche d'une sorte d'"ontologie", elles tiennent aux mathématiques elles-mêmes, à ce qui détermine de façon interne leurs concepts et leurs propositions plutôt qu'à l'idée que nous nous faisons du plus ou moins réel (lequel était, chez un d'Alembert, identifié au caractère concret : par exemple, les nombres, conçus comme solutions d'équations d'intersection de courbes, ce qui reste une conception géométrique).

L'existence d'une "réalité mathématique"<sup>29</sup> est le fait aussi bien de mathématiciens formalistes que de mathématiciens intuitionnistes (comme Poincaré<sup>30</sup>), qui ne sont en rien platoniciens. Ce que ces mathématiciens veulent dire quand ils parlent de "réalité mathématique", c'est que les propositions mathématiques qui résultent d'une démonstration, comme les théorèmes, ne sont pas évidentes d'entrée, mais se découvrent à la faveur d'un processus de raisonnement qui est véritablement une recherche : la pensée s'y heurte à une résistance de la part des énoncés sur les "êtres" initialement posés par elle, et qui donc lui échappent en fait. La démonstration, en mathématiques, n'est pas une simple déduction syllogistique et les théorèmes ne sont pas des suites de tautologies. L'analogie de situation avec la confrontation à une réalité matérielle

28 Sur les définitions de l'opérateur et de l'objectal, voir Granger (1992).

29 Voir, p. ex., Lautmann (19??).

30 Cf., p. ex., Poincaré ().



explique que le même mot soit utilisé dans les deux cas. L'"extériorité" qui "résiste" - constituée d'ailleurs d'un tissu serré de propriétés qui s'énoncent en propositions - correspond à ce que les mathématiciens appellent "réalité mathématique". Elle n'est pas pensée, bien entendu, sur le même mode que la "réalité physique", comme monde des phénomènes du monde physique qui se révèle à nous par l'expérience, à travers la sensibilité. C'est d'un autre genre de réalité qu'il s'agit : une réalité idéale.

Admettre l'existence d'objets mathématiques appartenant à une réalité mathématique comprise dans ce sens s'oppose à la dissolution des mathématiques en pures relations: car, du moins, ces relations, que constituent les propositions mathématiques, tissent-elles un réseau tellement serré et opaque à l'évidence directe, voire même rétif à la résolution rationnelle, qu'il ne diffère pas, par ce caractère, de ce que l'on entend généralement par "objet" pour la saisie par l'entendement. Nous savons que cet objet ne se confond pas avec l'objet physique ou matériel - et l'on peut parler, dans ce sens, de désontologisation des mathématiques, encore que ce que l'on doit entendre par "ontologie" ne soit pas bien clair, même pour les objets matériels eux-mêmes (on admet une ontologie du monde réel, même si l'on se déprend de la notion de substance). Si, par ontologie, l'on entend quelque chose de relatif à la réalité du monde matériel, l'on affirmera, certes, l'absence d'ontologie pour les mathématiques, et l'on réservera la question philosophique ou métaphysique correspondante pour le soubassement des sciences de la nature. Le "contenu" des propositions mathématiques est vide par rapport aux contenus physiques possibles<sup>31</sup>.

C'est en ce sens que la désontologisation des mathématiques a atteint, au dix-neuvième siècle, la géométrie elle-même qui, depuis Descartes et Newton au moins, était directement liée aux représentations spatiales du monde physique. Science des figures dans l'espace, puis science de l'espace, elle ne pouvait être conçue que comme unique jusqu'à la découverte, au dix-neuvième siècle, des géométries non-euclidiennes. L'espace avait dès lors plusieurs géométries possibles, et la géométrie, comme science de l'espace, était désormais la science de ces diverses théories qui seraient en principe (de façon éminente avec Riemann et Clifford) décidables par l'expérience, comme en physique<sup>32</sup>. L'axiomatisation de la géométrie devait toutefois la libérer de cette "ontologie" qui faisait sa différence avec les autres branches des mathématiques. La "géométrisation de la physique" que propose la théorie de la relativité générale n'est pas reliée à une conception "ontologique" de la géométrie. Cette dernière entre dans les constructions théoriques de la physique d'une manière qui n'est pas intrinsèquement différente de l'utilisation des grandeurs mathématiques en général. "Géométrisation" signifie ici seulement que le substrat conceptuel des phénomènes physiques est un continuum spatiotemporel à quatre dimensions. Il

31 Voir, p. ex., Einstein (1921).

32 Pour une discussion, cf. Paty (1992c) et (1993a), chapitres 6 et 7.

s'agit d'ailleurs d'une extension, de nature formelle, d'une géométrisation entendue au sens usuel, qui porterait sur l'espace, à une quatrième coordonnée imaginaire représentant le temps (le caractère imaginaire nous rappelle que le temps n'est pas l'espace, la métrique de l'espace-temps n'étant plus définie positive comme celle de la géométrie spatiale). D'autre part, la géométrie qui est ici concernée n'est pas la science mathématique connue sous ce nom, c'est-à-dire la géométrie pure et axiomatique : elle est, en vérité, une "géométrie physique", une physique élémentaire de l'espace, transcription interprétée des grandeurs et des relations de la géométrie proprement dite (exprimées dans le langage des grandeurs différentielles) à l'usage des propriétés spatiales et temporelles des corps<sup>33</sup>.

Quoiqu'il en soit, la "désontologisation" (entendue dans l'acception qui précède) des mathématiques a rendu possible une nouvelle conception des rapports de celles-ci à la nature. Les mathématiques, par exemple la géométrie, ne correspondent plus à une représentation globale et idéale, mais sont utilisées dans (ou appliquées à) l'établissement des lois et des théories physiques : telle était, déjà, la géométrisation du mouvement par Galilée, par l'expression de proportions entre les espaces parcourus, les vitesses et les durées. La conception globale des mathématiques comme forme d'intelligibilité et l'utilisation constructive devaient aller quelque temps encore de pair. Mais l'on voit clairement avec le calcul différentiel et intégral - ou, du moins, après une décantation, effectuée durant le temps de son assimilation et de l'exploration de ses possibilités d'application - que les grandeurs des mathématiques sont d'une certaine nature qui ne se confond pas, en raison des conditions de la construction, à celle des grandeurs physiques, même idéalisées.

L'une des difficultés conceptuelles des débuts de la mathématisation de la mécanique par le calcul différentiel tint, semble-t-il, à l'opposition apparente entre le caractère continu de l'espace mathématique aussi bien que de celui du temps entendu comme durée, et les grandeurs physiques exprimant les propriétés du mouvement de corps et, comme eux, discontinues et singulières - ces corps fussent-ils réduits à l'abstraction d'un point matériel. Les variations de ces grandeurs supposent le concept de temps. Or, précisément, la notion de temps instantané et le sens précis de sa différentielle, la discontinuité de l'instant dans l'équation causale<sup>34</sup> de la trajectoire d'un point matériel soumis à une force, se heurtait - dès son invention par Newton - à la définition du temps physique comme un flux continu, et se manifestait dans la transcription géométrique de ces grandeurs qui en rendait la compréhension intuitive<sup>35</sup>. Des difficultés d'application et des ambiguïtés d'interprétation, notamment en ce qui concerne le calcul des accélérations et des forces correspondantes, devaient accompagner durant une cinquantaine d'années les développements de la mécanique des corps

<sup>33</sup> Voir, p. ex. Einstein (1921). Pour une discussion, cf. Paty (1993a), chapitre 7.

<sup>34</sup> J'emploie ici le vocabulaire actuel, non celui de l'époque.

<sup>35</sup> Paty (sous presse a).

solides.

Les mathématiques sont introduites dans une représentation physique, conçue comme une construction, au titre d'outils, qui d'abord transcrivent des notions admises de manière plus ou moins intuitive, et peu à peu deviennent la condition même de la pensée des grandeurs de la physique. Les difficultés mentionnées sur les notions différentielles en mécanique sont absorbées lorsque cette dernière devient totalement analytique, avec Lagrange. Les notions géométriques admises en physique sur une base intuitive, telles que les segments infinitésimaux de courbes et de droites relatifs aux trajectoires, représentés par les différentielles, cèdent la place à ces mêmes différentielles conçues comme des grandeurs mathématiques en soi, mises en oeuvre dans la théorie physique sans plus de représentation géométrique pour les traduire intuitivement. L'analyse, conçue algébriquement, est devenu le langage symbolique même dans lequel les concepts physiques sont constitués et mis en relation. Une nouvelle forme d'intuition physique se développe ainsi, corrélative d'une autre intelligibilité. Nous pensons depuis lors l'espace et le temps physiques selon l'intelligibilité que nous en permet leur définition, par les mathématiques, de grandeurs sur un continuum, et selon la signification que nous attachons, pour de telles grandeurs, aux opérations de différenciation et d'intégration.

Le temps et l'espace ont ensuite été reconstruits en référence aux phénomènes physiques, comme dans la théorie de la relativité restreinte, où ils sont assujettis - c'est ce qui fait leur caractère physique, et non plus "absolu et mathématique" -, à la condition de respecter le principe de relativité et celui de constance de la vitesse de la lumière indépendamment du mouvement de la source. Cette reconstruction, plus conforme à leur caractère physique réel, s'est effectuée à partir de leur forme mathématique, qui s'est vue par là sensiblement modifiée sous les espèces des formules de transformation dans des référentiels en mouvement relatif. C'est encore comme concepts physiques pensés selon leur forme mathématique qu'ils ont connu ensuite une autre modification avec la Relativité générale, leur nouvelle définition les soumettant à une propriété encore plus générale des phénomènes physiques (la covariance généralisée).

Ce faisant - et ce mouvement, déjà dessiné chez un Galilée, est assez net chez Huygens et chez Newton -, la relation entre les mathématiques et la physique n'était plus seulement conçue sur le mode de l'intelligibilité idéale (qui était celui de l'analogie à des formes pures), mais sur un mode pour ainsi dire "pratique" de l'intelligible<sup>36</sup>, qui constitue mathématiquement l'instrument de pensée. Newton construit le temps instantané par les "premières et dernières raisons des grandeurs évanouissantes", c'est-à-dire des grandeurs différentielles conçues selon leurs rapports et selon les limites de ces derniers<sup>37</sup>, et établit les propriétés des grandeurs physiques et des lois ou principes qui les régissent sur

<sup>36</sup> Mais qui n'est pas, pour autant, simplement pragmatique, puisqu'il s'agit de la construction d'un système explicatif.

<sup>37</sup> Newton (1687), Livre I, scholie du lemme XI.

cette base. Depuis, la physique n'a plus cessé de se constituer ainsi mathématiquement.

Le rapport étroit et de constitution que la physique entretient avec les mathématiques amène inévitablement à envisager la possibilité d'un lien éventuel entre la question de la "vérité mathématique" ("existe-t-il des vérités mathématiques?") et celle de la nature de la "certitude", de l'"évidence" ou encore de la "vérité" des conclusions d'un raisonnement théorique en physique. Il peut paraître que, du point de vue mathématique, seule la "consistance" y soit requise, puisque, de toutes façons, l'"ontologie" n'y serait plus, cette fois, celle des mathématiques, mais celle de la physique. Cependant, le contenu physique des propositions d'une théorie n'est pas vide du point de vue du contenu proprement mathématique si, précisément, les notions mathématiques participent de la pensée même de la construction physique, comme nous l'avons laissé entendre avec les exemples des notions différentielles pour l'espace et le temps, et comme on le verrait aussi avec le calcul différentiel absolu et la théorie de la relativité générale, ou encore avec les vecteurs de l'espace de Hilbert pour la mécanique quantique.

Cette question demande toutefois un examen des divers aspects de l'"interprétation". Le "contenu mathématique" dans sa totalité n'est sans doute pas strictement nécessaire - et la "consistance" suffirait peut-être - quand le recouvrement de la grandeur physique et de la grandeur mathématique n'est que partiel : c'est peut-être le cas des propriétés de l'espace de Hilbert pour la mécanique quantique. Il faut également compter avec le caractère d'approximation des grandeurs physiques par rapport à la situation idéale (ou plutôt tout idéale) des grandeurs mathématiques : l'espace continu et le point matériel peuvent être les instruments de la théorie physique, mais ils pourraient bien ne pas satisfaire à certaines de ses exigences. (Ils sont, par exemple, la cause de l'apparition de quantités infinies, dans les calculs de la théorie quantique des champs, qui ne sont éliminées que par des procédures complexes et d'apparence artificielle).

Il semble toutefois que ce que les mathématiques confèrent en certitude aux calculs théoriques de la physique tienne directement à leur valeur de vérité. Cette certitude est tributaire, certes, de la référence aux axiomes et aux grandeurs choisies comme fondamentales ; tout en étant mathématisées, celles-ci sont choisies pour des raisons physiques, ce qui fait, de toute façon, de la vérité de la théorie physique correspondante une vérité relative à un certain ordre de conditions et sujette à révision. La notion de vérité mathématique apparaît fondatrice du choix des concepts idéaux, sans en rien se substituer à l'exigence pour ces derniers d'être, dans leur caractère d'approximation même, conformes aux phénomènes (ou, pour mieux dire, appropriés à la description de ces derniers). La "vérité physique" ne se recouvre pas avec la "vérité mathématique", mais elle l'implique. A quoi attribuer autrement le succès des conceptions différentielles en mécanique, ou celui de la géométrie riemannienne en Relativité générale ? Ce succès tient à l'effet d'entraînement, sur la conceptualisation physique, du formalisme mathématique, qui constitue une pensée sans équivalent

(par exemple, les tenseurs, nécessaires pour exprimer la covariance générale, de l'aveu d'Einstein lui-même<sup>38</sup>). Les théorèmes de l'analyse tensorielle, expression d'une vérité mathématique, constituent la manière de spécifier les exigences physiques qui caractérisent la Relativité générale, et les équations de cette dernière en sont la conséquence directe.

## 6. Sur la nature de la prédictivité pour des objets physiques

Avec la science moderne qui fait son entrée au dix-septième siècle, la conception des rapports entre les mathématiques et la physique (du moins dans ces parties géométrisées de la physique que sont alors la mécanique, l'astronomie, l'optique) subit une mutation. Il ne s'agit plus d'une imposition analogique ou essentielle, ni même "technique" (la géométrie intervenant à partir de la construction matérielle d'objets comme les miroirs sphériques ou paraboliques<sup>39</sup>, ou encore, selon Newton lui-même, surgissant des problèmes et constructions de la mécanique<sup>40</sup>).

Ce qui apparaît alors, c'est tout d'abord une nouvelle conception de la "mathesis", les mathématiques comme la langue du livre de l'univers chez Galilée, ou, plus fondamentalement, comme modèle d'intelligibilité chez Descartes, conception reprise par Newton. Mais c'est aussi, selon une qualification plus précise, l'imbrication des mathématiques à la physique en constitution, qui se rapporte à l'idée de construction théorique et à celle de connaissance quantifiée, liée aux idées de certitude, d'exactitude et de précision. Soit, donc, les deux aspects de la mathématisation: l'évidence et la certitude (d'Alembert voyait, pour sa part, cette dernière comme une série différée d'évidences liées en chaîne), d'une part, et la quantité, d'autre part (par la désontologisation, entendue ici comme suppression des qualités et des essences), qui donne accès à la mesure, et à la définition numérique de la précision.

Au savoir absolu d'origine divine la connaissance mathématisée va s'égaliser : dans les faits pour Galilée (qui affirme l'égale légitimité des deux Livres, celui de la Révélation et celui de la Nature), en principe pour Descartes, selon une nouvelle conception de la fonction et du fondement de la raison. Il suffit à cette dernière d'être fondée en Dieu ; ceci étant admis, ses aspirations et ses opérations n'ont ensuite d'autre référence qu'elle-même, source unique de l'évidence comme marque d'intelligibilité suprême. La Raison, médiatrice entre le savoir absolu - divin - et le monde.

Certes, avec Newton, la physique (sa part mathématisable, rationnelle) est encore pensée sur le mode d'une mathématisation absolue, celle de la

---

38 Paty 1993a, chap 5.

39 Cf. Rashed (à paraître).

40 Newton (1687), Préface à la première édition des *Principia*.

géométrie; mais cette dernière, qui peut exprimer la physique du mouvement et du système du monde, se voit transformée par cette fin même. La géométrie des *Principia* est une géométrie locale et temporelle, où le point et l'instant peuvent être saisis dans leur variation continue et décrits par passage à la limite de rapports de grandeurs: la "désontologisation" des grandeurs mathématiques ou physiques est consommée par la considération de leurs seuls rapports entre elles dans l'expression des lois. Les grandeurs mathématiques sont idéales, pour Newton, mais en cela, précisément, elles peuvent exprimer les véritables propriétés du monde réel, par delà l'apparence. La force gravitationnelle est une entité mathématique, dont la nature physique est inconnue, voire inconnaissable; mais il lui accorde cependant un contenu physique, qu'il exprime par la loi d'attraction (par sa forme mathématique, qui est relationnelle). Le contenu physique correspond aux phénomènes de la chute des corps, de l'attraction du Soleil ou de la Lune. D'une manière générale, pour cette force comme pour toutes les autres, la forme mathématique se réalise dans les contenus physiques par l'expression de la loi du mouvement, transcrite dans l'équation qui relie l'état du système matériel en un temps et en un lieu donnés de sa trajectoire au temps et au lieu immédiatement suivants (ce qu'il a été, par la suite, convenu d'appeler la loi de causalité différentielle).

Ainsi la mathématisation de la physique (en l'occurrence, la mécanique) conduit-elle, dès ses premières réalisations, à la forme la plus élémentaire et la plus universelle de la prédiction. Revenons quelque peu sur la remarque que nous avons faite précédemment, à propos de la distinction entre prédiction et prévision (dans laquelle rien de qualitativement nouveau n'intervient), peut-être byzantine, car l'établissement de la loi du mouvement, de la "causalité" newtonienne, dans tel ou tel problème, s'appuie sur un ensemble de considérations qui ne sont pas d'une nature différente de celle de prédictions plus qualitatives.

Sur le moment même, les résultats relatifs aux mouvements de telle planète, ou sur les marées, ou sur la forme de la Terre, ou, par exemple, sur le retour de la comète de Halley (par les calculs de Clairaut), correspondent à des "prédictions" de la théorie newtonienne dans le sens le plus indéniable du terme, au contraire des prédictions immédiates ou prévisions comme celle de l'état d'un système à un instant  $t$  quelconque connaissant l'état à un autre instant donné, qui n'ajoute rien, du point de vue qualitatif, aux connaissances acquises, du moins après l'établissement de la théorie et son acceptation générale. Dans ces exemples relativement "simples", la loi du mouvement demande des spécifications qui n'étaient pas incluses dans la forme générale de l'équation de la loi newtonienne de la gravitation: données sur les grands axes des orbites, hypothèses sur la constitution de la Terre comme une masse fluide, méthodes de calcul du problème des trois corps, etc. Or ces prédictions deviennent aussi élémentaires que l'équation du mouvement, et se ramènent à de simples prévisions dès que les transformations correspondantes de la théorie sont universellement adoptées. Il est

peu de cas de simple "prévision", où l'on n'ait pas à ajouter à la théorie admise quelque spécification du problème particulier que l'on veut calculer. Au sens strict, une "prévision" s'exprimerait sous forme d'une table comme résultat de calculs "standard" (tables des marées, de la Lune, etc). De telles tables font appel à des spécifications du genre indiqué, mais que l'on admet comme homologuées. La différence entre prédiction et prévision serait donc en fin de compte subjective, ne concernant pas la nature de la théorie et des calculs mais leur degré d'acceptation, leur caractère considéré hypothétique ou non, leur légitimation extrinsèque.

Reste qu'il existe des problèmes dont la "mise en équations" aboutit à des prédictions qui ne sont pas simplement des valeurs numériques du genre de tables dont tous les ingrédients nécessaires au calcul seraient connus, mais qui correspondent à l'énoncé de l'existence de nouveaux phénomènes. Il est clair que ces "prédictions" ne résultent pas du seul jeu de la déduction mathématique, que ce ne sont pas les mathématiques seules qui produisent de la réalité physique (une nouvelle planète dans le cas des calculs d'Adam et Le Verrier prédisant l'existence de Neptune à partir des irrégularités du mouvement d'Uranus<sup>41</sup>, une nouvelle particule dans le cas du neutrino, de Pauli à Reines et Cowan et à la production de faisceaux intenses de ces leptons neutres, "briques fondamentales" de l'univers matériel<sup>42</sup>).

L'objet physique prédit par la théorie est, en fait, homogène dans sa nature, non pas aux entités mathématiques qui entrent dans la théorie, mais aux grandeurs physiques que ces entités expriment, qui sont elles-mêmes rattachées à des concepts et à des catégories qui les constituent comme entités physiques et leur donnent vocation à représenter les phénomènes. Les nouveaux objets susceptibles d'apparaître ainsi, objets de prédiction, peuvent être suivis pas à pas dans le déroulement du raisonnement théorique et de la déduction mathématique. L'origine de la prédiction est à trouver, en fait, dans les principes ou les concepts physiques de départ, qui comprennent éventuellement des hypothèses supplémentaires - mais toujours de nature physique -, lesquelles peuvent consister simplement en des réinterprétations des contenus physiques initiaux. Un exemple de telle réinterprétation est l'équation relativiste de l'électron de Dirac, dont les solutions à énergie négative (purement mathématiques en apparence puisque sans contrepartie physique), réinterprétées par lui, conduisent à la prédiction des antiparticules. Cette réinterprétation de termes issus d'un pur calcul fait appel à des principes physiques (principe d'exclusion, etc.) qui permet de rendre la solution mathématique compatible avec les contraintes physiques générales et homogène aux autres solutions physiques (d'énergie positive) de l'équation. Après la "reconstruction logique" qu'opérera, de l'équation relativiste de l'électron, la théorie quantique du champ, l'antiparticule se trouvera contenue,

---

<sup>41</sup> Cf., p. ex., Roseweare (1982).

<sup>42</sup> Paty 1988, chapitre 9.

mathématiquement et physiquement, dans la théorie. Mais elle le sera, désormais, au même titre que les autres ingrédients de cette dernière.

Il n'est pas de prédiction sans la nécessité de poser ou de rendre explicite l'interprétation physique, qui est d'ailleurs le plus souvent contenue en filigrane dans les énoncés initiaux. Les mathématiques fournissent les relations, inaperçues en général, qui découlent de ces énoncés et, interprétées, entraînent la prédiction. Leur rôle, comme Poincaré le remarquait, est d'exprimer l'unité cachée qui se trouve dans les phénomènes. Elles rendent manifestes, par le jeu de leurs relations et de leurs énoncés, de leurs raisonnements, des éléments de cette unité qui seraient, sans elles, restés dans l'ombre. La prédiction tient à cela pour l'essentiel. Elle commence comme une nécessité du point de vue des rapports entre les grandeurs mathématiques qui sont utilisées pour représenter les grandeurs physiques. Cette conclusion mathématiquement nécessaire est alors évaluée du point de vue du contenu physique correspondant.

Si la signification physique des grandeurs accompagne directement leur expression mathématique, alors les relations mathématiques engendrent bien directement quelque chose qui est de l'ordre d'un énoncé de propriété physique (telles, les équations de transformation des coordonnées d'espace et du temps dans l'élaboration de la Relativité restreinte). Si la formalisation précède la pensée physique et la guide (comme c'est le cas avec la théorie de la relativité générale, avec la mécanique quantique, avec la théorie quantique des champs), il faut interpréter les énoncés obtenus en termes de contenus physiques selon des critères de cohérence et de vraisemblance qui seront jaugés en rapport aux possibilités de mise en évidence phénoménale. Mais la signification nette n'est pas fondamentalement différente dans les deux cas.

Un exemple caractéristique de prédiction pour une théorie physique, en théorie quantique des champs, est celui de la théorie unifiée électro-faible de Glashow, Salam et Weinberg. Cette théorie fait intervenir un paramètre caractéristique (l'angle de mélange  $\theta$ , relié au rapport entre les masses des bosons intermédiaires  $W$  et  $Z^0$ ), qui figure, par le jeu des relations mathématiques entre les grandeurs physiques de la théorie, dans les divers termes du lagrangien, et se trouve ainsi incorporé aux prédictions. La prédiction de l'existence de courants faibles neutres est directement homogène aux entités qui entrent dans la formulation initiale de la théorie, sur la base des connaissances antérieures relatives aux courants faibles chargés (le lagrangien ayant seulement été reformulé pour satisfaire à une symétrie plus grande qui incorpore l'interaction électromagnétique avec la faible). Leur intensité est donné par le paramètre en question (ou plutôt par le carré de son sinus). De même, la prédiction des bosons intermédiaires avec des masses dans le rapport indiqué - les deux résultats s'avérant par ailleurs cohérents entre eux, en fournissant la même valeur du paramètre<sup>43</sup>.

43

Voir, p. ex., Glashow (1980), Weinberg (1980), Salam (1980), et, pour des



De manière analogue, la prédiction, par la théorie de la relativité générale d'Einstein, de l'avance annuelle du périhélie de Mercure résulte, non pas d'une hypothèse particulière, mais de la forme même de la théorie physique telle qu'elle est constituée, sans aucunement présupposer cette implication. Ce n'est pas d'une manière très différente que, plus simplement, la construction du concept de temps et la déduction qui en résulte, dans la théorie de la relativité restreinte, des formules de transformation de Lorentz pour les coordonnées d'espace et pour le temps, aboutit à la prédiction - sans réinterprétation, mais en suivant simplement le fil des conséquences de la mathématisation du temps physique défini - que le temps local dans le système en mouvement est bien le temps physique qu'indiqueraient des horloges placées dans ce système<sup>44</sup>.

Dans tous ces cas, on parle de prédiction dans la mesure où le phénomène (ou l'effet) physique apparaît qualitativement nouveau, et où il reste encore à s'assurer de la vérification de la prédiction. Quand la validité de celle-ci est acquise, sa nouveauté se fonde dans la théorie, et la prédiction, qui n'est plus que de routine, se mue en prévision, d'un intérêt seulement pratique.

## 7. Prédiction et signification formelle

La mathématisation est une condition *sine qua non* de toute théorie de la physique contemporaine, et il n'est pas d'énoncé ou de prédicat de celle-ci, prédicat d'existence ou de propriété, qui puisse s'exprimer autrement qu'en termes de grandeurs mathématisées. Les principes théoriques eux-mêmes, qui portent avec eux une part essentielle du contenu physique, puisqu'ils informent et gouvernent les concepts et leurs relations, sont énoncés et même pensés en termes de notions mathématiques (des principes de minimum de l'époque classique aux principes de symétrie actuels). C'est, par ailleurs, cette expression mathématique qui entraîne la prédiction, aux différents niveaux que nous avons pu considérer. La prédictivité en physique repose sur la déductivité proprement mathématique, mais elle n'est effective que pour autant qu'elle exprime - au-delà de la mathématique considérée comme pur langage - les relations d'une loi ou d'une théorie physique. Ainsi la physique ne se réduit-elle pas aux mathématiques, bien qu'elle ne puisse énoncer ses lois, ses propositions et ses prédicats sans avoir recours aux notions et aux symboles mathématiques appropriés. Il faut donc concevoir que la physique constitue une pensée en soi, portant sur des objets propres, tout en faisant un usage "constitutif" de la pensée mathématique. La pensée physique emprunte, en somme, à la pensée mathématique sa charpente et maints outils particuliers (notions, théories, relations). Elle se construit, au moyen

---

considérations récentes, Trân Thanh Vân (1992).

44

Paty (1993a), chapitre 4.

des mathématiques, autour d'un objet, régulièrement redéfini à partir de la perception et de l'exploration des phénomènes, et progressivement enserré et précisé par l'élaboration et l'affinement des concepts et des procédures : à chaque pas de ce procès de construction et d'enserrement de l'"objet physique", les notions et les raisonnements mathématiques sont mis en oeuvre. C'est pourquoi cette "science de la nature" est aussi une science exacte : même si ses énoncés sont en droit toujours susceptibles de rectification, le langage qui les exprime est toujours celui de l'exactitude mathématique.

Toute mathématisation est une formalisation, et la physique pose à sa manière, originale et fondamentale, le problème du rapport du formel et du réel, du formel et de l'empirique, du formel et du contenu (chacune de ces instances, réel, empirique, contenu, étant située à des niveaux épistémologiques distincts<sup>45</sup>). Les prédicats d'existence et de propriétés, les énoncés prédictifs et leur signification, sont des manifestations éminentes de ce rapport. On doit cependant remarquer, pour conclure, que toutes les formalisations, en ce qui concerne la physique, ne sont pas de même nature, et l'on peut en distinguer des degrés différents.

Esquissons-en trois. Au premier degré, la mathématisation accompagne immédiatement l'élaboration physique: les propositions sur des grandeurs et des propriétés physiques pensées de manière "intuitive" et pour ainsi dire qualitative (distance, vitesse<sup>46</sup>, poids, force, etc.) sont transcrites directement en termes mathématiques, les grandeurs étant représentées par des symboles, et leurs propriétés définies physiquement comme des relations entre ces symboles. Le contrôle de la signification physique des propositions ainsi obtenues accompagne à chaque pas, pour ainsi dire, le déroulement du traitement mathématique. Les exemples, nombreux, sont familiers: composition des forces ou des quantités de mouvement en mécanique classique (on trouve à ce sujet, en particulier, des remarques significatives chez Newton, d'Alembert, Lagrange), leur représentation "en grandeur et direction" dans l'espace (c'est-à-dire vectorielle); calcul vectoriel pour les forces; élaboration du concept de temps en théorie de la relativité restreinte, etc.

Un plus grand degré d'abstraction est atteint, lorsque l'on se préoccupe de traduire en termes davantage formalisés une mathématisation antérieure: par exemple, l'invention du calcul des variations par Lagrange, stimulé par le désir de formuler mathématiquement le principe de moindre action de Maupertuis. Mais l'application n'est pas à tous les coups garantie, et il se peut que le formalisme

---

<sup>45</sup> Voir, p. ex., Paty (1992a).

<sup>46</sup> Il s'agit alors de la vitesse moyenne, comme, par exemple, chez Galilée. La vitesse instantanée, considérée par Newton, demande, nous l'avons vu, une médiation mathématique, celle du calcul différentiel (ou des fluxions). De même, la notion de force, critiquée au dix-huitième siècle (notamment par d'Alembert) pour ses connotations métaphysiques, sera pleinement "réhabilitée" par Lagrange en raison de l'expression dénuée d'ambiguïté qu'en fournit désormais l'Analyse.

échappe à la pensée physique, fût-ce momentanément (tel fut le cas avec Lagrange pour le calcul des variations et le principe de moindre action dans leur application aux problèmes de mécanique). Il n'y a pas identification entre le formel et le physique, mais des recouvrements partiels, qui le plus souvent s'affinent par des modifications de l'approche physique (Lagrange échange le principe de moindre action pour le principe des travaux virtuels, et le premier ne retrouvera toute sa fécondité qu'entre les mains de Hamilton)<sup>47</sup>. L'emploi du formalisme des espaces de Hilbert en mécanique quantique est peut-être aussi de cette nature, tout comme d'ailleurs la construction de la mécanique quantique elle-même, faite d'une manière relativement empirique, par juxtaposition d'un appareil formel sur des données expérimentales. Cet état, ou cette phase, du rapport du formel et du contenu empirique, semble caractérisé par l'importance de l'"interprétation", comme mise en relation des deux instances assez lâchement reliées.

Dans de tels cas, la puissance des relations formelles a dépassé l'interprétation physique qui accompagnait leur élaboration : telle la fonction d'onde dans la mécanique ondulatoire de Schrödinger, initialement conçue par son auteur selon une interprétation physique directe, ondulatoire, dans l'espace des coordonnées. Les relations obtenues, toujours conformes aux phénomènes, obligent à une réinterprétation très différente de  $\psi$ , par son auteur ou par d'autres : celle qui devait l'emporter fut l'interprétation probabiliste de Born, en termes d'onde de probabilité dans l'espace de configuration à  $3n$  dimensions, dont la contrepartie physique n'était pas évidente (quel était cet être hybride, mathématique et pourtant porteur de contenu physique ?...)<sup>48</sup>.

Quant à Heisenberg, il introduisit des vecteurs d'état d'un espace de Hilbert pour représenter physiquement l'état d'un système, c'est-à-dire une grandeur mathématique, aussi abstraite à ses yeux, mais pas davantage, fondamentalement, que le temps local, "mathématique" de Lorentz, avec lequel il faisait un parallèle<sup>49</sup>. Le travail de la physique théorique, à ce stade, était à ses yeux d'interpréter physiquement cette grandeur formelle, et toute la particularité et la nouveauté du statut de la mécanique quantique en ce qui concerne le formalisme et l'interprétation vient de là. C'est un point de vue sur la théorie, à un certain stade de sa formalisation. Il est suivi d'effets : le formalisme interprété entraîne la prédiction.

Enfin, le troisième stade serait celui où la pensée physique et la pensée formelle se recouvrent assez exactement - du moins momentanément, car le recouvrement ne peut être total et devra être l'objet de réajustements -, de telle sorte que la pensée formelle est le seul moyen d'expression de la pensée physique et qu'elle entraîne cette dernière, lui permettant de s'établir et de s'affirmer. On peut y voir plusieurs degrés. L'un serait dans la suite immédiate du stade

---

<sup>47</sup> Viot (en préparation).

<sup>48</sup> Paty (1993b).

<sup>49</sup> Voir plus haut.

précédent : la pensée physique, impuissante en sa formulation présente, énonce un problème qui peut être exprimé de manière générale et formelle, et trouve alors à sa disposition un formalisme jusqu'alors étranger à la physique, au moyen duquel il est possible de traduire les propositions du problème, et de résoudre ainsi ce dernier. Un premier exemple, dans l'ordre historique, est fourni par l'élaboration de la théorie de la relativité générale par Einstein : le physicien a pu énoncer la condition (physique) de covariance générale en relation à la théorie de la gravitation, mais c'est seulement le formalisme des tenseurs et le calcul différentiel absolu qui permettent de l'exprimer exactement, et de résoudre le problème physique initialement posé<sup>50</sup>. La mécanique quantique relève également, par de nombreux aspects, de cette situation, si on la regarde comme une construction théorique plutôt que comme un formalisme interprété: les propriétés spécifiques des phénomènes quantiques comme la dualité onde-corpuscule, l'indétermination des grandeurs conjuguées, l'indiscernabilité des particules identiques, la non-séparabilité locale, sont toutes contenues dans son formalisme fondamental en termes de vecteurs d'état obéissant au principe de superposition<sup>51</sup>.

Passée la phase préliminaire de l'élaboration, où le formalisme occupe en quelque sorte une fonction de substitution (on quitte la pensée physique pour la pensée formelle comme on s'avance en terrain inconnu), un autre degré de la coïncidence entre le formel et le physique est atteint lorsqu'on s'installe en toute légitimité dans cette pensée indissociablement physique et formelle, raisonnant physiquement par le moyen même du formel, au point de pouvoir dire, avec Einstein, que "c'est dans la mathématique que se trouve le principe créateur"<sup>52</sup>. L'objet construit ou en construction s'identifie alors avec l'instrument par les conditions mêmes de la construction conceptuelle, toujours soumise au verdict de la vérification. L'un des tout premiers exemples de cette nouvelle méthode de pensée de la physique se trouve dans le texte de Poincaré sur "La dynamique de l'électron", dans lequel il se propose de formuler une théorie relativiste (au sens restreint) de la gravitation en construisant un lagrangien par l'imposition de la condition qu'il soit invariant de Lorentz<sup>53</sup> (procédure désormais courante en physique théorique, pour construire la forme des champs d'interaction). Les travaux d'Einstein sur la Relativité générale, puis ses recherches et celles de Weyl et d'autres sur le champ unitaire, ont ensuite largement avancé dans cette voie<sup>54</sup>. Ce qui justifie dès lors le recouvrement du formel et du physique, dont la physique actuelle nous donne maints exemples dans plusieurs domaines, ce n'est pas l'adoption d'une vue panmathématique à la Minkowski, métaphysique et

50 Paty (1993a), chapitre 5.

51 Paty (1986), 1992a).

52 Einstein (1933).

53 Poincaré (1905).

54 Cf., par exemple, Paty (1993a), chapitre 5.

arbitraire, ni l'abandon de la préoccupation de l'objet physique pour les problèmes purement formels de la physique mathématique, mais la rencontre du "sens physique" et de son moyen privilégié d'expression, qui semble aller de plus en plus dans la direction du formel mathématique, bien que les deux restent toujours marqués par une différence sensible, cette différence qui fait que, malgré tout, le formel et le physique jamais ne se confondent exactement.

## Références

- AUDOUZE, Jean, MUSSET, Paul et PATY, Michel (eds.) (1990 b). *Les particules et l'univers. La rencontre de la physique des particules, de l'astrophysique et de la cosmologie*, Presses Universitaires de France, Paris, 1990, 396 p.
- BITBOL, Michel et DARRIGOL, Olivier (eds.) (1993). *Erwin Schrödinger: philosophy and the birth of quantum mechanic. Philosophie et naissance de la mécanique quantique*, Editions Frontières, Paris, 1993.
- BOREL, Emile (1950). *Leçons sur la théorie des fonctions*, 4<sup>e</sup> éd., Gauthier-Villars, Paris, 1950.
- BUNGE, Mario (1973). *Philosophy of physics*, Reidel, Dordrecht, 1973. Trad. fr., *Philosophie de la physique*, Seuil, Paris, 1977.
- DARRIGOL, Olivier (1990). "Einstein et la discontinuité quantique", *La Recherche*, 1990, (n° 220, avril), 446-453.
- DILWORTH, Craig (ed.), *Intelligibility in science*, Rodopi, Amsterdam, 1992.
- DUHEM, Pierre (1906). *La théorie physique, son objet, sa structure*, Paris, 1906. Ré-éd., 1981.
- (1908). *Sauver les phénomènes*, Paris, Hermann, 1908.
- EINSTEIN, Albert (1905). "Elektrodynamik bewegter Körper", *Annalen der Physik*, ser. 4, XVII, 1905, 891-921. Trad. fr. par Maurice Solovine, "Sur l'électrodynamique des corps en mouvement" in Einstein 1972, p. 5-52.
- (1921). "Geometrie und Erfahrung", *Preussische Akademie der Wissenschaften, Sitzungsberichte*, 1921, part 1, 123-130. Trad. fr. par Maurice Solovine, "La géométrie et l'expérience", in Einstein (1972), p. 75-91; autre tr. fr. in Einstein 1989-, vol. 5, p. 70-81.
- , LORENTZ, Hendryk Antoon, MINKOWSKI, Hermann, WEYL, Hermann (1922). *Das relativitätsprinzip*, 4<sup>e</sup> éd., Teubner, Leipzig, 1922. Trad. angl. par W. Perrett and G.B. Jeffery, *The principle of relativity*, Methuen, London, 1923. Ré-éd., 1952.
- (1972). *Réflexions sur l'électrodynamique, l'éther, la géométrie et la relativité*, trad. par Maurice Solovine et Marie-Antoinette Tonnelat, nouvelle édition, Gauthier-Villars, Paris, 1972.
- 1989-. *Oeuvres choisies*, trad. fr., Vol. 5: *Science, éthique, philosophie* (éd. par

Jacques Merleau-Ponty et F. Balibar), Seuil/éd. du CNRS, Paris, 1989.

FUNKENSTEIN, A. (1986). *Theology and scientific imagination. From the middle ages to the seventeenth century*, Princeton University Press, Princeton, 1986.

GLASHOW, Sheldon L. (1980). "Toward a unified theory: threads in a tapestry, Nobel lecture 1979", *Review of modern physics* 52, 1980, 539-543.

GRANGER, Gilles-Gaston (1982). "On the notion of formal content", *Social Research* 49, 1982, n°2.

- (1992). *La vérification*, Odile Jacob, Paris, 1992.

HEISENBERG (1955). "The development of the interpretation of the quantum theory", in Pauli, Rosenfeld, Weisskopf 1955, p. 12-29.

KLINE, Morris (1964). *Mathematics in western culture*, Galaxy Books, New York, 1964.

- (1973). *Mathematical thought from Ancient to Modern times*, 1973.

- (1975). "Les fondements des mathématiques", *La Recherche* 6, n° 54 (mars) 1975, 200-208.

KOYRE, Alexandre (1973). *Etudes d'histoire de la pensée scientifique*, Gallimard, Paris, 1973.

KRAUS, Decio, FRENCH, Steven (1993). A formal framework for quantum non-individuality, Relatório interno, Departamento de matemática, Setor de Ciências exatas, Universidade federal do Paraná, Curitiba, juin 1993.

LANGEVIN, Paul (1933). *La notion de corpuscules et d'atomes*, Hermann, Paris, 1933.

LAUTMANN, Henri (19??). *L'unité des mathématiques*,

LORENTZ, Hendryk (1904). "Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than that of light", *Verslagen Koninklijke Akademie van Wetenschappen* (Amsterdam). *Proceedings of the section of science* 6, 1904, 809-831. Egalement in Einstein et al. 1923 j (ed. 1952, p. 9-34).

NEWTON, Isaac (1687). *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Londres, 1687; 2ème éd., 1713; 3ème éd., 1726, éditée avec des variantes par Alexandre Koyré et I.B. Cohen, Cambridge University Press, Cambridge, 1972. *Mathematical principles of natural philosophy*, trad. angl. (d'après la 3è éd.) par Andrew Motte (1729), rév. et éditée par Florian Cajori, University of California Press, Berkeley, 1934; ré-impr., 1962, 2 vols. Trad. fr. partielle, cf. Biarnais (1982).

PATY, Michel (1986). "La non-séparabilité locale et l'objet de la théorie physique", *Fundamenta Scientiae* 7, 1986, 47-87.

- (1988). *La matière dérobée. L'appropriation critique de l'objet de la physique contemporaine*, Archives contemporaines, Paris, 1988.

- (1990 a). *L'analyse critique des sciences, ou le tétraèdre épistémologique (sciences, philosophie, épistémologie, histoire des sciences)*, L'Harmattan, Paris, 1990.

- (1990 c). "Remarques épistémologiques sur l'objet commun de la physique des particules et de la cosmologie", in Audouze, Musset, Paty (1990b), p. 47-75.
  - (1992a). "L'endoréférence d'une science formalisée de la nature", in Dilworth (1992), p. 73-110.
  - (1992b). "La question du statut de l'expérience en physique", *Cahiers d'Histoire et de philosophie des sciences*, n° 40, 1992, 183-197. [Actes du Colloque *Les Procédures de preuve, de validation et d'évaluation dans les sciences et les techniques: une approche historique*, Lille, 11-13 avril 1991].
  - (1993a). *Einstein philosophe. La physique comme pratique philosophique*, Presses Universitaires de France, Paris, 1993, 584 p.
  - (1993b). "Formalisme et interprétation physique chez Schrödinger", in Bitbol, , Darrigol (1983), p. 161-190.
  - (1993c) "Sur les variables cachées de la mécanique quantique: Albert Einstein, David Bohm et Louis de Broglie", *La Pensée*, n°292, mars-avril 1993, 93-116.
  - (sous presse a). "Le caractère historique de l'adéquation des mathématiques à la physique" [Reunion Franco-Española de Historia de las Matematicas. Rencontre Franco-Espagnole d'Histoire des Mathématiques, Madrid, 18-22.11.1991].
  - (sous presse b). "Les recherches actuelles sur d'Alembert. A propos de l'édition de ses *Oeuvres complètes*", Symposia, Congrès International d'Histoire des Sciences, Saragosse, 1993.
  - (à paraître). *Einstein, les quanta et le réel.(critique et construction théorique)*.
- PAULI, Wolfgang, ROSENFELD, Leon and WEISSKOPF, Victor (eds.) 1955 b. Niels Bohr and the development of physics. Essays dedicated to Niels Bohr on the occasion of his seventieth birthday, Pergamon press, London, 1955.
- POINCARÉ, Henri (). intuitionnisme
- (1905a). *La valeur de la science*, Flammarion, Paris, 1905; ré-éd., 1970.
  - (1905b). "Sur la dynamique de l'électron" (adunanza del 23 luglio 1905 [reçu le 23 juillet 1905]), *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo* 21, 1906, p. 129-176. Egalement in Poincaré 1950-1965, vol. 9, p. 494-550.
  - (1950-1965). *Oeuvres*, Gauthier-Villars, Paris, 11 vols., 1950-1965.
- RASHED, Roshdi (à paraître) 1993 applic math
- REICHENBACH, Hans (1956). *The direction of time*, edited by Maria Reichenbach, University of California Press, Berkeley, 1956.
- ROSEWEARE, N.T. (1982). *Mercury's perihelion, from Leverrier to Einstein*, Clarendon Press, Oxford, 1982.
- SALAM, Abdus (1980). "Gauge unification of fundamental forces, Nobel lecture 1979", *Review of modern physics* 52, 1980, 525-538.
- TRAN THANH VAN, J. (ed.) (1992). *Electroweak interactions and unified theories, Proc. XXVIIIth Rencontre de Moriond*, Frontières, Gif-sur-Yvette, 1992.
- TUCHANSKA, Barbara (19??).

TUCHANSKA, Barbara (1983). "Science as a historical whole", preprint, en préparation, Université de Lodz.

VIOT, Florence (en préparation). "L'élaboration des principes variationnels en physique", Thèse en préparation, Université Paris 7.

WEINBERG, Steven (1980). "Nobel lecture 1979", *Review of modern physics* 52, 1980, 515 -523.